## 12.3 Mittlere Lebensdauer

Die in Bild 12.1 dargestellten Betriebszeiten *T* der Betrachtungseinheiten, von der Inbetriebnahme bis zum Ausfall wird als Lebensdauer oder ausfallfreie Arbeitszeit bezeichnet. Der Mittelwert dieser Lebensdauern aller Betrachtungseinheiten wird als mittlere ausfallfreie Arbeitszeit oder Mean Time To Failure (*MTTF*) bezeichnet und errechnet sich aus der Zuverlässigkeitsfunktion *R(t)*.

Für eine stetige Zufallsgröße $\tau$ mit der Dichte *f(t)* errechnet sich der Erwartungswert (Mittelwert) aus

$$E[\tau] = \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot f(t)dt \; . \tag{12.3}$$

Für eine positive Zufallsgröße reduziert sich die obige Gleichung (t > 0) zu

$$E[\tau] = \int_{0}^{\infty} tf(t)dt \; , \tag{12.4}$$

Somit gilt für eine positive Zufallsgröße:

$$E[\tau] = \int_{0}^{\infty} (1 - F(t)dt = \int_{0}^{\infty} R(t)dt \; . \tag{12.5}$$

In der Regel wird dabei *R(0)* = 1 angenommen. Der so berechnete Mittelwert ist dann identisch mit dem Mittelwert der ausfallfreien Arbeitszeit *MTTF*. Sie wird wie folgt berechnet:

$$MTTF = E[\tau] = \int_{0}^{\infty} R(t)dt \; . \tag{12.6}$$

Diese Gleichung ist sowohl für ein einzelnes Bauelement als auch für ein System gültig und kann auch für reparierbare Betrachtungseinheiten unter der Annahme verwendet werden, dass das System nach einer Reparatur wieder neuwertig ist. Mit *R(0)* = 1 folgt

$$R(t) = e^{-\int_{0}^{t} \lambda(x)dx} \tag{12.7}$$

woraus für eine konstante Ausfallrate $\lambda(t) = \lambda$ gilt:

$$R(t) = e^{-\lambda \cdot t} \; . \tag{12.8}$$

Der Mittelwert der ausfallfreien Arbeitszeit ist in diesem Fall

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}. \tag{12.9}$$

Werden die ausgefallenen Betrachtungseinheiten nach einem Ausfall durch Instandsetzungsmaßnahmen wieder in den funktionsfähigen Zustand gebracht, lässt sich der zeitliche Verlauf der Zustände für jede Betrachtungseinheit, wie in Bild 12.3 gezeigt, darstellen.

Handelt es sich bei den Betrachtungseinheiten um „Stationäre Systeme“ (Systeme die im eingeschalteten Zustand nur einen Betriebszustand kennen), hängt die Wahrscheinlichkeit, in welchem der beiden Zustände sich eine Betrachtungseinheit befindet, nicht von der Zeit ab. Wird unter dieser Voraussetzung der Mittelwert über viele Betriebs- und Instandsetzungsarbeiten gebildet, erhält man für reparierbare Betrachtungseinheiten folgende Kenngrößen.

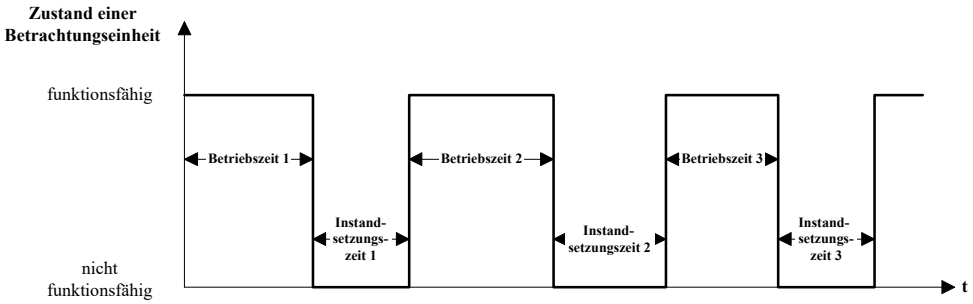


**Bild 12.3:** Betriebs- und Instandsetzungseinheit

## 12.4 Mittlere Instandsetzungszeit

Der Mittelwert der Reparaturzeiten *t* einer Betrachtungseinheit (MTTR, Mean Time To Repair) kann als Abschätzung berechnet werden mit:

$$MTTR = \frac{t_1 + t_2 + \cdots + t_n}{n} \tag{12.10}$$

Analytisch wird die *MTTR* aus der Verteilungsfunktion *G(t)* der Reparaturzeiten berechnet.

$$MTTR = \int_0^\infty (1 - G(t))dt \tag{12.11}$$

## 12.5 Mittlere Brauchbarkeitsdauer

Die mittlere Brauchbarkeitsdauer (*MTBF*, Mean Time Between Failures) ist die mittlere Zeit zwischen zwei Ausfällen und berechnet sich zu:

$$MTBF = MTTF + MTTR \tag{12.12}$$

Wenn

$$MTTF >> MTTR \tag{12.13}$$

gilt:

$$MTBF = MTTF = \frac{1}{\lambda} \tag{12.14}$$

## 12.6 Verfügbarkeit

Die Verfügbarkeit (availability) ist die Wahrscheinlichkeit, eine reparierbare Betrachtungseinheit zu einem vorgegebenen Zeitpunkt *t* im Zustand „funktionsfähig“ anzutreffen. Die mittlere Verfügbarkeit errechnet sich aus:

$$PA = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \tag{12.15}$$

## 12.7 Ausfallrate $\lambda(t)$

Bei der Betrachtung sicherheitsgerichteter Systeme ist die Ausfallrate $\lambda(t)$ mit die wichtigste Betrachtungseinheit. Speziell werden hier die einzelnen Komponenten, aus denen das sicherheitsgerichtete Rechnersystem zusammengesetzt ist, mit ihren jeweils eigenen Ausfallraten betrachtet. Grundsätzlich ist für eine gegebene Betrachtungseinheit die Ausfallrate gleich der Wahrscheinlichkeit, bezogen auf $\delta t$ im Intervall ($t$, $t + \delta t$), unter der Bedingung, dass sie bis zur Zeit $t$ nicht ausgefallen ist. Der Verlauf setzt sich aus den Perioden der Frühausfälle, der Ausfälle mit näherungsweise konstanter Ausfallrate und der Verschleißausfälle zusammen. Industriell werden nahezu bei allen Systemen, die sicherheitsgerichtete Prozesse steuern, regeln oder überwachen, durch gezielte Vorbehandlung Frühausfälle herbeigeführt, so dass zu Beginn der eigentlichen Nutzungsphase eine konstante, oder im streng wissenschaftlichen Sinne, eine näherungsweise konstante Ausfallrate angenommen werden kann:

$$\lambda(t) = \lambda \tag{12.16}$$

Im Allgemeinen ist die Ausfallrate eines neuen Bauteils nur experimentell ermittelbar. Für eingeführte Bauelemente sind entsprechende Werte in speziellen Ausfallratenkatalogen zu finden.[309]

Grundsätzlich kann die Aussage getroffen werden, dass die Ausfallrate $\lambda(t)$ der negative Wert der Ableitung der zum betreffenden Zeitpunkt $t$ differenzierbaren, logarithmischen Zuverlässigkeitsfunktion ist:

$$\begin{aligned}\lambda(t) &= -\frac{d}{dt}\cdot\{ln\ R(t)\} \\ &= -\frac{1}{R(t)}\cdot\frac{d\ R(t)}{dt}\end{aligned} \tag{12.17}$$

Durch Gl. 12.17 ist ersichtlich, dass die Ausfallrate $\lambda(t)$ die Zuverlässigkeitsfunktion $R(t)$ vollständig bestimmt. Mit $R(0) = 1$ ergibt sich folgende Gleichung:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau)\,dt} \tag{12.18}$$

Für eine konstante Ausfallrate (näherungsweise zeitunabhängig) wird $\lambda(t) = \lambda$ gesetzt. Somit erhält man die Gleichung

$$R(t) = e^{-\lambda t}\,. \tag{12.19}$$

Aus Gl. 12.19 ist zu ersehen, dass für eine konstante Ausfallrate $\lambda$ die Zuverlässigkeitsfunktion $R(t)$ eine fallende Exponentialfunktion $e^{-\lambda t}$ ist, wie sie in Bild 12.2 dargestellt wird.

Hierbei wird $\lambda$ als die mittlere Ausfallrate bezeichnet. Sie beschreibt im definierten Zeitintervall die im Mittel zu erwartende Anzahl von Ausfällen:

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} \tag{12.20}$$

Wenn die Ausfallrate nicht als konstant angenommen werden kann, erhält man für die Funktion der Ausfallrate die „Badewannenkurve“, wie sie in Bild 12.4 dargestellt ist.

[309] [IEC-97] IEC 1709, Electronic Components Reliability
[CNET93] CNET-Ausfallratenkatalog
[MILb] MIL-HDBK-217
[SIEM91] Siemens, SN 29500-2; Ausfallraten Bauelemente

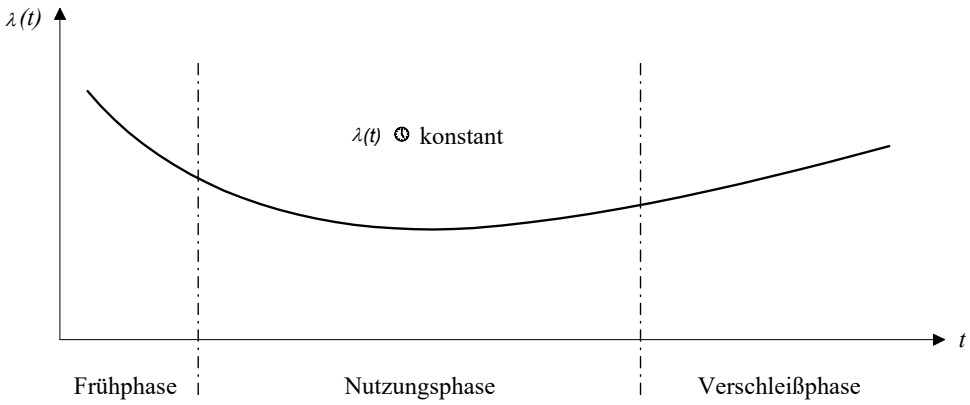


**Bild 12.4:** „Badewannenkurve“ zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Ausfallrate

Die „Badewannenkurve“, oder besser unter dem Namen Weibull-Verteilung bekannt (siehe auch Abschnitt 11.7) teilt sich dabei in drei Bereiche auf:

- Frühphase
  Durch Frühausfälle von Bauelementen (z. B. schlechte Bauelemente, Lötfehler usw.) ist die Ausfallrate zunächst hoch.
- Nutzungsphase
  In der Nutzungsphase erreicht die Ausfallrate $\lambda(t)$ ihr Minimum (den „Boden“ der Badewannenkurve). Die Ausfallrate kann in dieser Phase als konstant angenommen werden.
- Verschleißphase
  Durch das Erreichen der Lebensdauer der Bauelemente steigt in der Verschleißphase die Ausfallrate wieder an.

Wie schon erwähnt, sind die Ausfallraten von Bauteilen nur experimentell ermittelbar. Für die etabliertesten Bauteile wurden sogenannte Ausfallratenkataloge angelegt. Für alle Berechnungen in der vorliegenden Arbeit wurden die Ausfallraten aus den Datenblättern der Bauteilehersteller oder der Siemens-Norm verwendet. Die Angaben sind als sogenannte FIT-Werte (Failure In Time) angegeben, wobei *1 FIT* gleichbedeutend ist mit der folgenden Einheit:

$$\lambda = 1\,Fit = 1 \cdot 10^{-9}\,\frac{1}{h}. \tag{12.21}$$

## 12.8 Zuverlässigkeitsmodelle für Gerätesysteme

Bis auf ganz wenige Anwendungsgebiete[310] ist ein Ausfall eines Systems, also eine absolut zuverlässige Konstruktion, aus Kostengründen nicht zu realisieren. Bei mechanischen Konstruktionen kann seit langem Sicherheit und Zuverlässigkeit durch Überdimensionierung in gewissen Grenzen beeinflusst werden.

Beim Entwurf elektronischer Schaltungen für industrielle Belange, militärische und luftfahrttechnische Zwecke einmal ausgeschlossen sind hinsichtlich dieser Zielsetzung wenig oder gar keine Überlegungen durchgeführt worden. In den vergangenen Jahren hat ein starker Wandel in der Betrachtungsweise stattgefunden. Wurden bis vor weniger als zehn Jahren in elektronischen Systemen vielfach die Bauelemente mit ihren Nennwerten belastet, ohne dass man sich um Sicherheitsfaktoren Gedanken machte, ist heute, zwar nicht hinsichtlich der Sicherheit, jedoch im Hinblick auf die Funktionsverfügbarkeit eine starke Änderung der Design- und Entwicklungsregeln zu verzeichnen. Gerade bei den heutigen komplexen und schnellen Schaltkreisen mit hoher Verlustleistung ist die Betrachtung z. B. der Temperaturkontrolle einer der zentralen Bestandteile beim Entwurf. Die Annäherung an die vom Hersteller angegebenen Temperaturgrenzen wird, in der Regel, zu einer Änderung des Designs führen, will man Zerstörungen durch Übertemperatur vermeiden.

Beim Vorliegen einer exponentiellen Ausfallverteilung eines Systems mit $N$ Komponenten ergibt sich bei nichtredundantem Aufbau die Ausfallrate

$$\lambda_B = \sum_{i=1}^{N} \lambda_{iB} \tag{12.22}$$

Hierbei stellt $\lambda_{iB}$ die Ausfallrate des einzelnen $i$-ten Elements dar. Die entsprechenden Ausfallcharakteristika, die bei verschiedenen Bauelementgruppen auch mehrere Ausfallmöglichkeiten beinhalten können, sind im Kapitel 4 beschrieben worden.

### 12.8.1 Systeme ohne Redundanz

Sicherheitsgerichtete Rechnersysteme bestehen im Allgemeinen aus einer Anzahl von Komponenten, die grundsätzlich alle ihre Funktion erfüllen müssen, damit das sicherheitsgerichtete System in all seinen Anforderungen betriebsfähig ist. Bei einem Ausfall von nur einer Komponente führt dies zu einem Ausfall des gesamten Systems. In Bezug auf die Sicherheit sind somit alle Komponenten des Systems in „Serie geschaltet“. Eine Serienarchitektur von Elementen wird in Bild 12.5 gezeigt. Um ein möglichst zuverlässiges System zu erhalten, ist es hier unerlässlich, bei der Dimensionierung der Teilsysteme und Teilschaltungen Überdimensionierungen der Komponenten vorzunehmen.

[310] Hierzu zählt ein Tragflügel eines Verkehrsflugzeugs. Dieser muss „Fail-Safe“ sein.